सेट-I

प्रश्न-पत्र का प्रारूप
गणित
कक्षा 10

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंक : 80**

प्रश्नों की विभिन्न विमाओं पर भार और अंकों का बंटन निम्नलिखित प्रकार से होगाः

(A) विषयवस्तु/विषय इकाई पर भार

क्र.सं.	विषय इकाई	अंक
1.	संख्या पद्धतियाँ	04
2.	बीजगणित	20
3.	त्रिकोणमिति	12
4.	निर्देशांक ज्यामिति	08
5.	ज्यामिति	16
6.	मेंसुरेशन	10
7.	साँख्यिकी और प्रायिकता	10
	योग :	80

(B) प्रश्नों के प्रकारों पर भार

क्र.सं.	प्रश्नों का प्रकार	प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक
1.	MCQ	01	10	10
2.	SAR	02	05	10
3.	SA	03	10	30
4.	LA	06	05	30
		योग	**30**	**80**

(C) विकल्पों की योजना

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, अर्थात् व्यापक तौर पर कोई विकल्प नहीं है। परंतु इसमें 2 अंकों का एक प्रश्न, तीन-तीन अंकों वाले तीन प्रश्न और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गए हैं।

(D) प्रश्नों के कठिनाई स्तर पर भार

क्र.सं.	प्रश्नों के अनुमानित कठिनाई स्तर	अंकों का प्रतिशत
1.	सरल	20
2.	औसत	60
3.	कठिन	20

टिप्पणी : किसी प्रश्न का कठिनाई स्तर व्यक्ति दर व्यक्ति बदल सकता है। इसी रूप में, प्रत्येक प्रश्न के संदर्भ में मूल्यांकन, परीक्षा देने वाले संपूर्ण समूहों से व्यापक प्रत्याशा के आधार पर पेपर-सेटर/शिक्षक द्वारा किया जाएगा। यह व्यवस्था केवल प्रश्न पत्र को उसके भारों के संदर्भ में संतुलित बनाने के लिए है, न कि किसी स्तर पर अंकन का प्रतिरूप निर्धारित करने के लिए।

ब्लू प्रिंट
गणित
कक्षा 10

प्रश्न का प्रकार → / इकाइयाँ ↓	MCQ	SAR	SA	LA	योग
संख्या पद्धतियाँ	2(2)	2(1)	-	-	4(3)
बीजगणित बहुपद, दो चरों वाले रैखिक समीकरणों के युग्म, द्विघात समीकरण, समांतर श्रेढ़ियाँ	3(3)	2(1)	9(3)	6(1)	20(8)
त्रिकोणमिति त्रिकोणमिति का परिचय त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग	1(1)	2(1)	3(1)	6(1)	12(4)
निर्देशांक ज्यामिति	1(1)	4(2)	3(1)	-	8(4)
ज्यामिति त्रिभुज, वृत्त, रचनाएँ	1(1)	-	9(3)	6(1)	16(5)
मेंसुरेशन वृत्त से संबंधित क्षेत्रफल, पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	1(1)	-	3(1)	6(1)	10(3)
साँख्यिकी और प्रायिकता	1(1)	-	3(1)	6(1)	10(3)
योग	**10(10)**	**10(5)**	**30(10)**	**30(5)**	**80(30)**

सारांश

बहु विकल्पीय प्रश्न (MCQ)	प्रश्नों की संख्या : 10	अंक : 10
तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न (SAR)	प्रश्नों की संख्या : 05	अंक : 10
संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न (SA)	प्रश्नों की संख्या : 10	अंक : 30
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (LA)	प्रश्नों की संख्या : 05	अंक : 30
योग	**30**	**80**

गणित

कक्षा 10

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंक : 80**

सामान्य निर्देश

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. प्रश्न पत्र में 30 प्रश्न हैं, जो चार खंडों A, B, C और D में विभाजित हैं। खंड A में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है, खंड B में 5 प्रश्न हैं और प्रत्येक 2 अंक का है, खंड C में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक 3 अंक का है तथा खंड D में 5 प्रश्न हैं और प्रत्येक 6 अंक का है।
3. व्यापक तौर पर कोई विकल्प नहीं है। परंतु 2 अंकों का एक प्रश्न, 3 अंकों वाले तीन प्रश्न तथा 6 अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
4. रचनाओं के प्रश्नों में, रचनाएँ स्वच्छ तथा ठीक दिए हुए मापनों के अनुसार होनी चाहिए।
5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

खंड A

1. संख्या $\frac{47}{2^3 5^2}$ के दशमलव प्रसार का कितने दशमलव स्थानों के बाद अंत होगा?

(A) 5 (B) 2 (C) 3 (D) 1

2. यूक्लिड की विभाजन प्रमेयिका कहती है कि दो धनात्मक पूर्णांकों a और b के लिए, दो अद्वितीय पूर्णांकों q और r का अस्तित्व है, ताकि $a = bq + r$ है, जहाँ

(A) $0 \le r \le a$ (B) $0 < r < b$ (C) $0 \le r \le b$ (D) $0 \le r < b$

3. बहुपद $p(x) = (x-2)^2 + 4$ के शून्यकों की संख्या है

(A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) 3

4. रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ का युग्म असंगत कहलाता है, यदि

(A) $\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (C) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \ne \frac{c_1}{c_2}$ (D) $\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{c_1}{c_2}$

5. k का सबसे छोटा मान, जिसके लिए समीकरण $x^2 + 6x + 9 = 0$ के मूल वास्तविक होंगे, है:

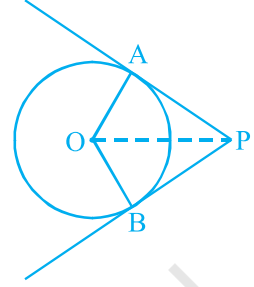
(A) – 6 (B) 6 (C) 36 (D) –3

6. बिंदु P और Q के निर्देशांक क्रमशः (4, –3) और (–1, 7) हैं। तब, रेखाखंड PQ पर स्थित उस बिंदु R के निर्देशांक का भुज, जबकि $\frac{PR}{PQ} = \frac{3}{5}$ हो, निम्नलिखित है

(A) $\frac{18}{5}$ (B) $\frac{17}{5}$ (C) $\frac{17}{8}$ (D) 1

7. संलग्न आकृति में, PA और PB केंद्र O वाले वृत्त पर बिंदु P से दो स्पर्श रेखाएँ हैं। तब, चतुर्भुज OAPB होना चाहिए

(A) वर्ग (B) समचतुर्भुज

(C) चक्रीय चतुर्भुज (D) समांतर चतुर्भुज

8. यदि किसी कोण θ के लिए, $\cot 2\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तो $\sin 3\theta$, जहाँ $2\theta \leq 90°$ हो, का मान होगा

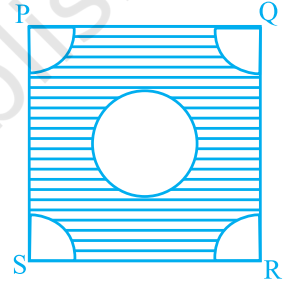
(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 4 cm की भुजा वाले एक वर्ग के प्रत्येक कोने से त्रिज्या 1 cm वाले एक वृत्त का चतुर्थांश काटा गया है तथा साथ ही व्यास 2 cm वाला एक वृत्त भी आकृति में दर्शाए अनुसार काटा गया है। शेष (छायांकित) भाग का क्षेत्रफल है

(A) $(16 - 2\pi)$ cm² (B) $(16 - 5\pi)$ cm²

(C) 2π cm² (D) 5π cm²

10. अंग्रेजी वर्णमाला का एक अक्षर यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। इस अक्षर के शब्द 'MATHEMATICS' का एक अक्षर होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{11}{26}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{9}{26}$ (D) $\frac{4}{13}$

खंड B

11. क्या कोई ऐसी प्राकृत संख्या n है, जिसके लिए 4^n अंक 0 पर समाप्त होती है? अपने उत्तर के समर्थन में कारण दीजिए।

12. nवें पद के सूत्र का प्रयोग किए बिना, ज्ञात कीजिए कि AP : 5, 17, 29, 41, ... का कौन सा पद इसके 15वें पद से 120 अधिक है। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

अथवा

क्या AP : 3, 7, 11, ... का कोई पद 144 है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

13. बिंदु P, Q और R के निर्देशांक क्रमशः (3, 4), (3, –4) और (–3, 4) हैं। क्या त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल 24 वर्ग इकाई है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

14. किसी रेखाखंड की लंबाई 10 इकाई है। यदि इसका एक सिरा (2, –3) है तथा दूसरे सिरे का भुज 10 है, तो इसकी कोटि या तो 3 है या –9 है। अपने इन दो उत्तरों के लिए औचित्य दीजिए।

15. $\frac{3}{\operatorname{cosec}\theta}$ का अधिकतम मान क्या है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

खंड C

16. बहुपद $p(x) = 4\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए तथा शून्यकों और गुणांकों के बीच के संबंध को सत्यापित कीजिए।

अथवा

किसी बहुपद $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x - 4$ को एक बहुपद $g(x)$ से भाग देने पर भागफल $q(x)$ और शेषफल $r(x)$ क्रमशः $x - 3$ और $-3x + 5$ हैं। बहुपद $g(x)$ ज्ञात कीजिए।

17. समीकरणों $5x - y = 5$ और $3x - y = 3$ को आलेखीय रूप से हल कीजिए।

18. यदि किसी AP के प्रथम n पदों का योग $4n - n^2$ है, तो इस AP का 10वाँ पद तथा n वाँ पद क्या है?

अथवा

AP : 9, 17, 25, ... में योग 636 प्राप्त करने के लिए कितने पदों को लेना चाहिए?

19. यदि (1, 2), (4, y), (x, 6) और (3, 5) इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

20. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB, BC और माध्यिका AD क्रमशः ΔPQR की भुजाओं PQ, QR और माध्यिका PM के समानुपाती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है।

21. त्रिज्या 4cm वाले वृत्त के परिगत एक त्रिभुज ABC इस प्रकार खींचा गया है कि स्पर्श बिंदु D भुजा BC को दो भागों BD और DC में विभाजित करता है, जिनकी लंबाइयाँ क्रमशः 8 cm और 7 cm हैं। भुजाएँ AB और AC ज्ञात कीजिए।

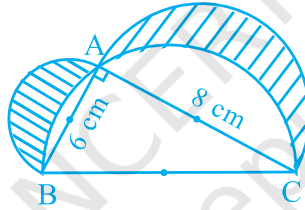
22. एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 6 cm और शीर्षलंब 5 cm हैं तथा फिर ऐसे त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ इस समद्विबाहु त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{7}{5}$ हैं।

23. सिद्ध कीजिए कि $\frac{\cos\theta-\sin\theta+1}{\sin\theta+\cos\theta-1}=\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta}$ है।

अथवा

मान निकालिए :

$${\frac{3\cos 43^\circ}{\sin 47^\circ}}^{2}-\frac{\cos 37^\circ \operatorname{cosec} 53^\circ}{\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ}$$

24. आकृति में, ABC एक त्रिभुज है जिसका कोण A समकोण है। AB, AC और BC को व्यास मान कर अर्धवृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

25. एक थैले में केवल सफेद, काली और लाल गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छिक रूप से निकाली जाती है। एक सफेद गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{3}{10}$ है तथा काली गेंद की $\frac{2}{5}$ है। लाल गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। यदि थैले में 20 काली गेंदें हैं, तो थैले में गेंदों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

खंड D

26. यदि एक पुस्तक का मूल्य 5 रु कम कर दिया जाए, तो एक व्यक्ति 300 रु में 5 पुस्तकें अधिक खरीद सकता है। पुस्तक का प्रारंभिक मूल्य ज्ञात कीजिए।

अथवा

दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पहले, उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल 48 था। क्या यह स्थिति संभव है? यदि ऐसा है, तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

27. सिद्ध कीजिए कि एक बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।

इस प्रमेय का प्रयोग करते हए, सिद्ध कीजिए कि

यदि एक चतुर्भुज ABCD एक वृत्त के परिगत हो, तो $AB + CD = AD + BC$ होता है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

उपरोक्त प्रमेय का प्रयोग करते हुए, निम्नलिखित कीजिए :

ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण B समकोण है। भुजाओं AC और AB पर क्रमशः दो समबाहु त्रिभुज ACD और ABE की रचना की जाती है। Δ ABE और Δ ACD के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

28. 50 मीटर ऊँचे एक भवन के शिखर और आधार को एक मीनार की चोटी से देखने पर उनके अवनमन कोण क्रमशः $30°$ और $60°$ हैं। मीनार की ऊँचाई तथा साथ ही भवन और मीनार के बीच की क्षैतिज दूरी ज्ञात कीजिए।

29. व्यास 3 m और गहराई 14 m का एक कुँआ खोदा जाता है। इस प्रकार खोद कर निकाली गई मिट्टी को एकसमान रूप से 4 m चौड़े एक वृत्तीय वलय के रूप में फैला दिया गया है, जिससे वह एक चबूतरे का रूप धारण कर ले। इस चबूतरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

30. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक माह में भर्ती किए गए रोगियों की आयु को दर्शाती है:

आयु (वर्षों में)	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए।

अंकदेय योजना

खंड A

अंक

1. (C) **2.** (D) **3.** (C) **4.** (C) **5.** (A)
6. (D) **7.** (C) **8.** (B) **9.** (A) **10.** (D) **(1 × 10 = 10)**

खंड B

11. नहीं $(\frac{1}{2})$

$4^n = 2^{2n}$

अतः, इसके अभाज्य गुणखंडन में केवल 2 ही अभाज्य संख्या है। अतः, यह 0 पर अंत नहीं हो सकती। $(1\frac{1}{2})$

12. 25वाँ पद $(\frac{1}{2})$

120 को 10 पदों में जोड़ा जाएगा (क्योंकि $d = 12$)

अतः, $15 + 10 = 25$ $(1\frac{1}{2})$

अथवा

नहीं $(\frac{1}{2})$

यहाँ, $a = 3$ (विषम), $d = 4$ (सम)

विषम और सम का योग = विषम, परंतु 144 सम संख्या है। $(1\frac{1}{2})$

13. हाँ $(\frac{1}{2})$

यहाँ, PQ = 8 है।

PR = 6, अतः क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ वर्ग इकाई $(1\frac{1}{2})$

14. मान लीजिए कि बिंदु की कोटि y है। तब, $(10-2)^2 + (y+3)^2 = 10^2$, अर्थात्

$y + 3 = \pm 6$, अर्थात् $y = 3$ या -9 $(1 + 1)$

15. अधिकतम मान = 3 $(\frac{1}{2})$

क्योंकि $\frac{3}{\text{cosec}\ \theta} = 3 \sin\theta$ और $\sin\theta \leq 1$ है, अत: $3 \sin\theta \leq 3$ $(1\frac{1}{2})$

खंड C

16. $p(x) = 4\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\ (2x^2 - x - 1)$

$= 2\sqrt{3}\ (2x + 1)\ (x - 1)$

अत:, दो शून्यक $-\frac{1}{2}, 1$ हैं। (1)

यहाँ $a = 4\sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}, c = -2\sqrt{3}$

अत:, $\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}, \quad -\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$, अर्थात् $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ (1)

$\alpha\beta = \left(-\frac{1}{2}\right)1 = -\frac{1}{2}, \quad \frac{c}{a} = \frac{-2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = -\frac{1}{2}$, अर्थात् $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ (1)

अथवा

$f(x) = g(x)\ q(x) + r(x)$

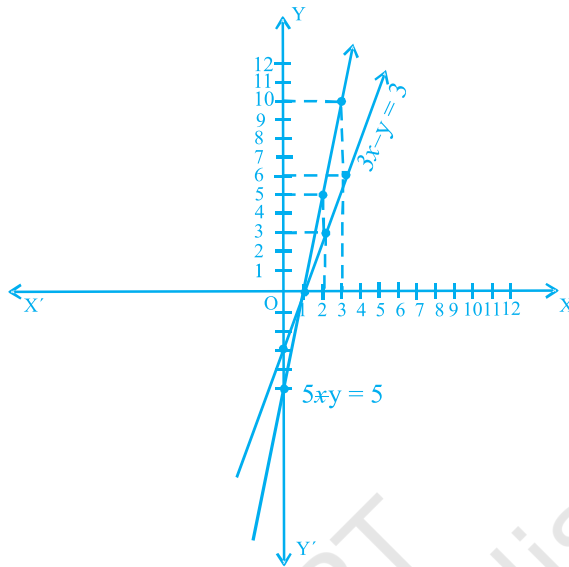
अत:, $x^3 - 5x^2 + 6x - 4 = g(x)\ (x - 3) + (-3x + 5)$ (1)

अत:, $g(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 6x - 4 + 3x - 5}{x - 3} = \frac{x^3 - 5x^2 + 9x - 4}{x - 3}$ (1)

$= x^2 - 2x + 3$ (1)

17. $5x - y = 5$ $\qquad$ $3x - y = 3$

x	1	2	3
y	0	5	10

x	1	2	3
y	0	3	6

सही आलेख के लिए (2)

हल : $x = 1, y = 0$ है। (1)

18. $S_n = 4n - n^2$. अत: $t_{10} = S_{10} - S_9 = (40 - 100) - (36 - 81)$ $(\frac{1}{2})$

$= -60 + 45 = -15$ (1)

$t_n = S_n - S_{n-1} = (4n - n^2) - [4(n-1) - (n-1)^2]$ $(\frac{1}{2})$

$= 4n - n^2 - 4n + 4 + n^2 + 1 - 2n = 5 - 2n$ (1)

अथवा

$a = 9, d = 8, S_n = 636$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$636 = \frac{n}{2}[18 + (n-1)8]$ $(1\frac{1}{2})$

हल करने पर $n = 12$ प्राप्त होता है। $(1\frac{1}{2})$

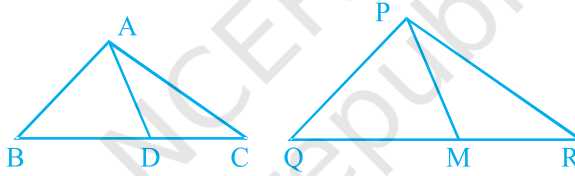
19. मान लीजिए कि A (1, 2), B (4, y), C (x, 6) और D (3, 5) शीर्ष हैं।

AC का मध्य-बिंदु $\left(\frac{x+1}{2}, 4\right)$ है। $(\frac{1}{2})$

तथा BD का मध्य-बिंदु $\left(\frac{7}{2}, \frac{y+5}{2}\right)$ है। $(\frac{1}{2})$

ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। अतः, $\frac{x+1}{2} = \frac{7}{2}$,अर्थात् $x = 6$ (1)

$\frac{y+5}{2} = 4$,अर्थात् $y = 3$ (1)

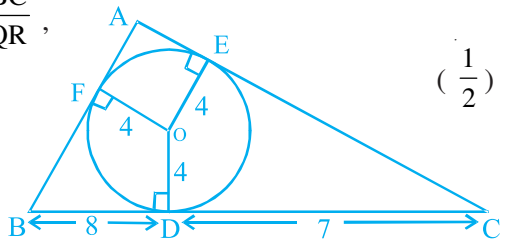
20.

दिया है : $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$

अतः, Δ ABD ~ Δ PQM [SSS] $(1\frac{1}{2})$

अतः, $\angle B = \angle Q$ है। साथ ही, क्योंकि $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$,

Δ ABC ~ Δ PQR [SAS] $(1\frac{1}{2})$

$(\frac{1}{2})$

21. मान लीजिए कि AE (=AF) = x cm

क्षेत्रफल $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (AB + BC + AC)$

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

अर्थात्, $4\,s = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $(\frac{1}{2})$

$16\,s = (s-a)\,(s-b)\,(s-c)$ $(\frac{1}{2})$

अर्थात्, $16\,(15 + x) = x \times 8 \times 7$, अर्थात $x = 6$ (1)

अत: AB = 14 cm और AC = 13 cm $(\frac{1}{2})$

22. आधार 6 cm और शीर्षलंब 5 cm वाले समद्विबाहु त्रिभुज की रचना करना (1)

स्केल गुणक $\frac{7}{5}$ के साथ समरूप त्रिभुज की रचना करना। (2)

23. बायाँ पक्ष $= \dfrac{\cos\theta - \sin\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \dfrac{\cot\theta - 1 + \operatorname{cosec}\theta}{1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}$

अथवा

$$\frac{3\cos 43^\circ}{\sin 47^\circ}^{2} - \frac{\cos 37^\circ \operatorname{cosec} 53^\circ}{\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ}$$

$$= \left[\frac{3\cos 43^\circ}{\cos 43^\circ}\right]^2 - \frac{\cos 37^\circ . \sec 37^\circ}{\tan 5^\circ \tan 25^\circ (1) \cot 25^\circ \cot 5^\circ} \quad (2)$$

$$= (3)^2 - \frac{1}{1} = 9 - 1 = 8 \quad (1)$$

24.

$$\text{वाँछित क्षेत्रफल} = \begin{cases} \text{व्यास AB वाले अर्धवृत का क्षेत्रफल +} \\ \text{व्यास AC वाले अर्धवृत का क्षेत्रफल +} \\ \text{समकोण त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल +} \\ \text{व्यास BC वाले अर्धवृत का क्षेत्रफल} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{वाँछित क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}\pi\,(3)^2 + \frac{1}{2}\pi(4)^2 + \frac{1}{2}\times 6\times 8 - \frac{1}{2}\pi(5)^2 \text{ वर्ग इकाई} \quad (1)$$

$$= 24 + \frac{1}{2}\pi\,(9 + 16 - 25) = 24 \text{ वर्ग इकाई} \quad (1)$$

25. P(लाल गेंद) = 1 – {P(सफेद गेंद) + P(काली गेंद)} (1)

$$= 1 - \left\{\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\right\} = \frac{3}{10}$$ $(\frac{1}{2})$

मान लीजिए गेंदों की सख्या y है

अत:, $\frac{20}{y}=\frac{2}{5}$, अर्थात् $y = 50$ $(1\frac{1}{2})$

खंड D

26. मान लीजिए कि पुस्तक का प्रारंभिक मूल्य x रु है

अत:, 300 रु में पुस्तकों की संख्या $= \frac{300}{x}$ $(\frac{1}{2})$

मूल्य $(x-5)$ होने पर पुस्तकों की संख्या $= \frac{300}{x-5}$ $(\frac{1}{2})$

अत:, $\frac{300}{x-5} - \frac{300}{x} = 5$ (2)

$300\,(x - x + 5) = 5x\,(x - 5)$

$300 = x\,(x - 5)$, अर्थात् $x^2 - 5x - 300 = 0$ (1)

अर्थात्, $x = 20$, $x = -15$ (अस्वीकार) (1)

अत:, पुस्तक का प्रारंभिक मूल्य = 20 रु है। (1)

अथवा

मान लीजिए कि इनमें से एक की वर्तमान आयु x वर्ष है, जिससे दूसरे की आयु $(20 - x)$ वर्ष होगी।

अत:, 4 वर्ष पहले उनकी आयु $= x - 4,\ 16 - x$ वर्ष (1)

अत:, $(x - 4)\,(16 - x) = 48$ $(1\frac{1}{2})$

अर्थात्, $-x^2 + 16x + 4x - 64 - 48 = 0$

$x^2 - 20x + 112x = 0$ (1)

यहाँ, $b^2 - 4\,ac = \sqrt{(20)^2 - 4(112)} = \sqrt{-48}$ $(\frac{1}{2})$

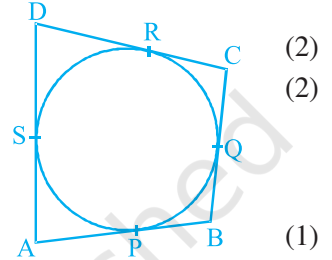
इस प्रकार, इस समीकरण का कोई वास्तविक हल नहीं है। (1)

अत:, यह स्थिति संभव नहीं है। (1)

27. सही दिया हुआ, सिद्ध करना, रचना और आकृति के लिए (2)

सही उपपत्ति के लिए (2)

(1)

$$\left.\begin{aligned} AP &= AS \\ BP &= BQ \\ DR &= DS \\ CR &= CQ \end{aligned}\right\}$$ (बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं)

जोड़ने पर प्राप्त होता है: (AP + BP) + (DR + CR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)

अर्थात् AB + CD = AD + BC (1)

अथवा

सही दिया हुआ, सिद्ध करना, रचना और आकृति के लिए (2)

सही उपपत्ति के लिए (2)

मान लीजिए कि AB = BC = a, अर्थात् AC = $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}\,a$ $(\frac{1}{2})$

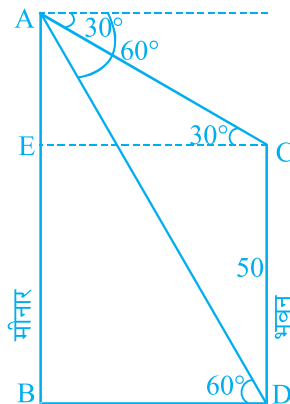
$$\frac{\text{क्षेत्रफल } \Delta ABC}{\text{क्षेत्रफल } \Delta ACD} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$$ $(1\frac{1}{2})$

28. सही आकृति के लिए (1)

Δ ABD में, $\frac{AB}{BD} = \tan 60° = \sqrt{3}$ (1)

अत:, AB = $\sqrt{3}$ BD (I)

Δ ACE में, $\frac{AE}{EC} = \frac{AE}{BD} = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (1)

अर्थात् $\frac{(AB - 50)}{BD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, अर्थात् $\sqrt{3}$ (AB – 50) = BD (1)

अतः, (I) से AB = $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ (AB – 50) , अर्थात् AB = 3AB – 150 ,
अर्थात् AB = 75 m

BD = $\sqrt{3}$ (75 – 50) = $25\sqrt{3}$ m (1)

29. निकाली गई मिट्टी का आयतन $= \pi r^2 h = \pi (1.5)^2 \times 14 = 31.5\ \pi\ m^3$ (2)

वृत्ताकार वलय का क्षेत्रफल $= \pi[R^2 - r^2] = \pi[(5.5)^2 - (1.5)^2]$ (1)

$= \pi(7)\ (4) = 28\pi\ m^2$ (1)

मान लीजिए कि चबूतरे की ऊँचाई h मीटर है।

अतः, $28\pi \times h = 31.5\ \pi$ (1)

$h = \frac{31.5}{28} = 1.125$ m (1)

30.

आयु (वर्षों में)	**5-15**	**15-25**	**25-35**	**35- 45**	**45-55**	**55-65**	**योग**	
रोगियों की संख्या (f_1)	6	11	21	23	14	5	80	
वर्ग चिन्ह (x_i)	10	20	30	40	50	60		($\frac{1}{2}$)
$f_i x_i$	60	220	630	920	700	300	2830	(1)

माध्य $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2830}{80} = 35.375$ वर्ष (1)

बहुलक वर्ग (35 – 45) है। ($\frac{1}{2}$)

अतः, बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$ (1)

$l = 35, f_1 = 23, f_0 = 21, f_2 = 14$ और $h = 10$ रखने पर, हमें प्राप्त होता है: (1)

बहुलक $= 35 + \frac{2}{11} \times 10 = 36.81$ वर्ष (1)

टिप्पणी : वैकल्पिक सही हल के लिए, पूर्ण अंक दिए जाएँ।